

**Филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Российская государственная академия интеллектуальной
собственности» в г. Пенза – «Поволжская Высшая школа
интеллектуальной собственности»
(филиал ФГБОУ ВО РГАИС в г. Пенза)**

УТВЕРЖДАЮ
Ректор РГАИС
А.О. Аракелова
«21» марта 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИКА»

**Направление подготовки: 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»
Профиль: «Государственное и муниципальное управление»**

**Квалификация (степень) выпускника – бакалавр
Форма обучения – очная**

Москва – РГАИС – 2023

Разработчики: доцент кафедры общеобразовательных дисциплин Луканкин А.Г.
Математика // Рабочая программа учебной дисциплины предназначена для обучающихся по направлению 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление». — М.: Российская государственная академия интеллектуальной собственности (РГАИС), 2023. — 57 с.

Согласовано:

Рабочая программа учебной дисциплины обсуждена и рекомендована на заседании Учебно-методической комиссии (протокол от 21.03.2023 №4/1)

© ФГБОУ ВО РГАИС, 2023

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра.

Цели дисциплины:

- развитие навыков математического мышления, способствующих осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных управленческих задач;
- развитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования, позволяющих выбирать и обосновывать оптимальные способы решения поставленных экономических и управленческих задач;
- развитие математической культуры у обучающегося.

Математическое образование бакалавра должно основываться на фундаментальных понятиях математики.

Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивает широкий спектр их применимости, точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на современный математический язык.

Программа включает в себя следующие основные разделы: «Основы математического анализа», «Линейная алгебра», «Элементы аналитической геометрии». Построение соответствующих математических курсов способствует решению *основных задач дисциплины*:

- формирование целостного представления об основных этапах становления современной математики и ее структуре;
- изучение основных математических понятий и методов;
- формирование представления о роли и месте математики в различных предметных областях.

1.2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина изучается по направлению подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление» в обязательной части учебного плана и реализуется на первом году обучения (1, 2, семестры).

Развитие математической культуры обучающихся должно включать в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и корректно использовать математические понятия и символы для выражения количественных и качественных отношений.

Полученные в результате изучения дисциплины знания и навыки могут быть использованы при последующем изучении таких дисциплин как «Экономика», «Теория вероятности и математическая статистика», «Учет, анализ, аудит» и др. Базой для изучения данной дисциплины являются знания, навыки и умения, сформированные при изучении школьного курса.

**2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ
С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ
(АСТРОНОМИЧЕСКИХ) ЧАСОВ ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ
ЗАНЯТИЙ**

Виды занятий	Объем дисциплины		
	Форма обучения		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем зачетных единиц	6	-	-
Общая трудоемкость в часах	216	-	-
Аудиторные занятия	68	-	-
Лекции	20	-	-
Практические занятия (семинары)	48	-	-
Самостоятельная работа	148	-	-
Контроль	-	-	-
Форма контроля	Зачет/ Зачет с оценкой		

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

3.1. Учебно-тематический план курса и распределение компетенций по темам занятий:

Наименование темы	Формируемые компетенции (или их части)				
	УК-1	УК-2	УК-10	ПК-6	ПК-7
Тема 1. Элементы теории множеств.	+	+	+	+	+
Тема 2. Понятие функции.	+	+	+	+	+
Тема 3. Пределы числовой последовательности и функции	+	+	+	+	+
Тема 4. Производная функции.	+	+	+	+	+
Тема 5. Функции нескольких переменных.	+	+	+	+	+
Тема 6. Неопределенный интеграл.	+	+	+	+	+
Тема 7. Определенный интеграл.	+	+	+	+	+
Тема 8. Дифференциальные уравнения.	+	+	+	+	+
Тема 9. Числовые и функциональные ряды.	+	+	+	+	+
Тема 10. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии.	+	+	+	+	+
Тема 11. Векторная алгебра.	+	+	+	+	+
Тема 12. Линии на плоскости.	+	+	+	+	+
Тема 13. Поверхности и линии в пространстве.	+	+	+	+	+
Тема 14. Основные сведения о матрицах.	+	+	+	+	+
Тема 15. Определители.	+	+	+	+	+
Тема 16. Системы векторов, ранг матрицы.	+	+	+	+	+
Тема 17. Системы линейных уравнений.	+	+	+	+	+

3.2. Содержание разделов дисциплины (модуля) и контрольные вопросы для самостоятельной работы (самоконтроля) обучающихся.

Раздел I. Основы математического анализа.

Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятие множества. Операции над множествами. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки.

Контрольные вопросы:

1. Что такое числовое множество? Какие бывают множества?
2. Укажите соотношение между множествами натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.
3. Какое множество называется расширенным множеством действительных чисел?
4. Что такое подмножество? Приведите примеры подмножеств.
5. Дайте определение величины. Приведите примеры постоянных и переменных величин.
6. Перечислите операции, выполняемые над множествами.
7. Что называется интервалом (промежутком)? Напишите обозначение различных интервалов.
8. Дайте понятие абсолютной величины (или модуля) действительного числа. Сформулируйте свойства абсолютной величины.
9. Что называется окрестностью точки?

Тема 2. Понятие функции.

Функциональная зависимость. Свойства функции. Графики основных элементарных функций. Применение функций в экономике.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение функции.
2. Что значит задать функцию?
3. Что такое область определения (существования) функции?
4. Какие способы задания функции существуют? Какой способ наиболее наглядный?
5. Сформулируйте основные свойства функции: четность и нечетность, монотонность, ограниченность, периодичность.

6. Дайте определение явной и неявной функции.
7. Дайте понятие обратной функции. Что можно сказать о графиках взаимно обратных функций?
8. Перечислите основные элементарные функции.
9. Дайте понятие сложной функции.
10. Дайте классификацию элементарных функций.
11. Что такое функция полезности, производственная функция, функция выпуска, функция издержек, функция спроса, потребления и предложения?

Тема 3. Пределы числовой последовательности и функции.

Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Непрерывность функции в точке. Глобальные свойства непрерывных функций. Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых.

Контрольные вопросы:

1. Что называется числовой последовательностью?
2. Что из себя представляет график числовой последовательности?
3. Когда считается заданной числовая последовательность?
4. Какая последовательность называется монотонной, ограниченной?
5. Какие последовательности называются сходящимися?
6. Дайте определение предела числовой последовательности.
7. Когда последовательности сходятся?
8. Сформулируйте понятия бесконечно малой последовательности и бесконечно большой последовательности.
9. Перечислите основные теоремы о пределах последовательности.
10. Сформулируйте определение предела функции.
11. Что такое правосторонний и левосторонний пределы функции?
12. Перечислите основные теоремы о пределах функции.
13. Запишите замечательные пределы функции.
14. Дайте определение непрерывности функции в точке и на интервале.
15. Что такое точка разрыва функции?
16. Какие бывают точки разрыва функции?

Тема 4. Производная функции.

Понятие производной, ее смысл в прикладных задачах (физике, экономике и др.). Основные правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Правило Лопиталья. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения. Точки экстремума. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Применение производной для исследования функций и построения их графиков. Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Необходимое условие. Достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значение функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Общая схема исследования функций и построение их графиков. Приложение производной в экономической теории.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение производной функции.
2. Какие обозначения производной существуют?
3. Сформулируйте алгоритм нахождения производной функции, используя определение производной.
4. В чем состоит геометрический смысл производной?
5. Запишите уравнение касательной к графику функции в точке.
6. В чем состоит физический смысл производной?
7. Сформулируйте правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций.
8. Сформулируйте правила нахождения производных элементарных функций.
9. Приведите правило дифференцирования сложной функции.
10. Как найти производную степенно-показательной функции?
11. Сформулируйте правило нахождения производной функции, заданной неявно.
12. Дайте определение производной второго порядка и укажите ее физический смысл.
13. Сформулируйте правило Лопиталья.
14. Какая функция называется строго возрастающей и строго убывающей? Сформулируйте необходимый и достаточный признаки возрастания (убывания) функции.
15. Дайте определение максимума (минимума) функции.
16. Сформулируйте необходимое условие существования экстремума.
17. Какие точки называются критическими (стационарными)? Укажите условия их нахождения.

18. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума.
19. Сформулируйте общие правила исследования функции на экстремум.
20. Сформулируйте алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.
21. Опишите общую схему исследования функций и построения их графиков.

Тема 5. Функции нескольких переменных.

Точечные множества в N -мерном пространстве. Функции нескольких переменных, их непрерывность. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Метод наименьших квадратов. Функции нескольких переменных в экономической теории. Классические методы оптимизации. Функции спроса и предложения. Функция полезности. Кривые безразличия.

Контрольные вопросы:

1. Дайте понятие функции нескольких переменных.
2. Дайте определение функции двух независимых переменных.
3. Что из себя представляет область определения для функции двух переменных? Изобразите на координатной плоскости.
4. Чем отличается геометрический смысл функции двух переменных от геометрического смысла функции одной переменной?
5. Дайте определение частной производной первого порядка для функции двух переменных.
6. Напишите выражения для всех частных производных второго порядка для функции двух переменных.
7. Что такое экстремум функции двух переменных?
8. Сформулируйте необходимые условия существования экстремума функции двух переменных.
9. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.
10. Назовите функции нескольких переменных, применяемых в экономической теории.
11. Что такое функции спроса, предложения, полезности?

Тема 6. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Использование таблиц интегралов. Методы интегрирования.

Контрольные вопросы:

1. Что называется первообразной функции?
2. Когда существует первообразная для функции, и сколько их может иметь функция?
3. Дайте определение неопределенного интеграла. Укажите связь между первообразной функцией и неопределенным интегралом.
4. Как называется операция нахождения первообразной функции?
5. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
6. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
7. Перечислите основные формулы интегрирования.
8. В чем состоит метод подстановки при интегрировании функций?
9. Опишите метод интегрирования по частям.

Тема 7. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Методы интегрирования. Несобственные интегралы. Использование понятия определенного интеграла в экономике.

Контрольные вопросы:

1. Какая фигура называется криволинейной трапецией?
2. Что такое интегральная сумма для функции на некотором интервале?)
3. Что называется определенным интегралом на некотором интервале?
4. Сформулируйте достаточное условие существования определенного интеграла.
5. Опишите геометрический смысл определенного интеграла.
6. Опишите физический смысл определенного интеграла.
7. Сформулируйте свойства определенного интеграла.
8. Сформулируйте правило Ньютона-Лейбница.
9. Перечислите методы вычисления определенного интеграла.
10. Какие интегралы называются несобственными?

11. Напишите правило, по которому вычисляются несобственные интегралы. Когда несобственные интегралы сходятся?
12. Приведите формулы вычисления объема тела вращения в случаях, когда осью вращения является ось Ox , а когда - ось Oy .
13. Напишите формулу для вычисления пути при неравномерном движении.
14. Напишите формулу для вычисления работы при переменной силе.
15. Как используется понятие определенного интеграла в экономике?

Тема 8. Дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Задача Коши. Общее и частное решение уравнения. Геометрический смысл уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Неполные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия. Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные). Использование дифференциальных уравнений в экономике.

Контрольные вопросы:

1. Дайте общее определение дифференциального уравнения.
2. Чем определяется порядок дифференциального уравнения?
3. Как записывается простейшее дифференциальное уравнение первого порядка?
4. Что называется решением дифференциального уравнения?
5. Какое решение называется общим решением дифференциального уравнения?
6. Какое решение называется частным решением дифференциального уравнения?
7. Что такое задача Коши?
8. Дайте определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
9. Дайте определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
10. Как решаются дифференциальные уравнения вида:
 $y'' = f(x)$; $y'' = f(x, y')$; $y'' = f(y, y')$? (ОК-3)
11. Приведите примеры использования дифференциальных уравнений в экономике.

Тема 9. Числовые и функциональные ряды.

Бесконечные ряды с постоянными членами. Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопередающиеся ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение числового ряда.
2. Когда ряд считается заданным?
3. Какие ряды называются сходящимися, а какие расходящимися?
4. Перечислите основные свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
6. Что из себя представляет гармонический ряд?
7. Сформулируйте достаточный признак сходимости ряда с положительными членами (признак сравнения).
8. Как определить сходимость или расходимость рядов с помощью предельного признака сравнения?
9. Сформулируйте признак Даламбера.
10. Дайте определение знакопередающегося ряда.
11. Сформулируйте признак сходимости знакопередающегося ряда (признак Лейбница).
12. Сформулируйте достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
13. Дайте определение абсолютно сходящегося и условно сходящегося рядов.
14. Что из себя представляет степенной ряд?
15. Что называется областью сходимости степенного ряда?
16. Сформулируйте теорему Абеля.
17. Что такое радиус сходимости степенного ряда?
18. Что называется рядом Маклорена?
19. Сформулируйте необходимое и достаточное условие сходимости ряда Маклорена.
20. Что называется рядом Тейлора?

Раздел II. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве.

Тема 10. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии.

Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярные координаты.

Контрольные вопросы:

1. Что называется числовой осью?
2. Дайте понятие прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.
3. Что называют прямоугольными координатами точки на плоскости и в пространстве?
4. Как найти расстояние между двумя точками на плоскости и в пространстве? Выведите соответствующую формулу.
5. Запишите формулы координат точки, делящей некоторый отрезок в данном соотношении. Как найти координаты середины отрезка?
6. Дайте понятие полярной системы координат.
7. Покажите связь между прямоугольными декартовыми координатами и полярными.

Тема 11. Векторная алгебра.

Понятие вектора. Основные определения. Способы задания векторов. Линейные операции над векторами и их свойства. Проекция вектора на ось и ее свойства. Базис. Разложение вектора по базису. Условие коллинеарности двух векторов. Линейная зависимость векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства и координатная запись. Условие ортогональности двух векторов.

Контрольные вопросы:

1. Что называется вектором? Дайте понятие длины вектора.
2. Какие вектора называются коллинеарными, равными?
3. Что из себя представляет нулевой вектор?
4. Дайте понятия линейных операций над векторами: произведения вектора на число, суммы двух векторов (правило треугольника, правило параллелограмма), разности двух векторов. Перечислите их свойства.
5. Что называется координатами вектора?

6. Сформулируйте определение скалярного произведения двух векторов и перечислите его свойства.
7. Как найти скалярное произведение двух векторов через их координаты?
8. Дайте понятие декартового прямоугольного базиса. Как разложить вектор по базису?
9. Сформулируйте условие коллинеарности двух векторов.
10. Дайте понятие проекции вектора на ось и перечислите ее свойства.
11. Как найти проекции вектора на оси координат?
12. Дайте понятие компланарных векторов.
13. Что называется упорядоченной тройкой? Какая упорядоченная тройка называется правой?
14. Что называется векторным произведением? Перечислите основные свойства векторного произведения.
15. Дайте понятие смешанного произведения трех векторов.

Тема 12. Линии на плоскости.

Понятие об уравнении линии на плоскости. Задачи о составлении уравнения линии как геометрического места точек и о построении линии по данному уравнению. Линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка. Окружность и ее каноническое уравнение. Эллипс и его каноническое уравнение. Исследование формы эллипса. Гипербола и ее каноническое уравнение. Исследование формы гиперболы. Парабола и ее каноническое уравнение. Исследование формы параболы.

Контрольные вопросы:

1. Что называется уравнением линии (кривой) на плоскости?
2. Что из себя представляет линия первого порядка?
3. Выведите уравнение прямой с угловым коэффициентом k и пересекающей ось Oy в точке $(0; b)$. Рассмотрите частные случаи этого уравнения.
4. Выведите уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом.
5. Что из себя представляет уравнение пучка прямых?
6. Выведите уравнение прямой, проходящей через две точки.

7. Выведите уравнение прямой в отрезках.
8. Запишите общее уравнение прямой.
9. Как найти угол между двумя прямыми?
10. Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности прямых.
11. Как найти точку пересечения прямых?
12. Что называется расстоянием от точки до прямой? Запишите формулу нахождения расстояния от точки до прямой.
13. Дайте понятие линии второго порядка.
14. Окружность: определение, уравнение, построение.
15. Эллипс: определение, уравнение, построение. Что называется вершинами эллипса, фокусным расстоянием, эксцентриситетом?
16. Гипербола: определение, уравнение, построение. Что называется вершинами гиперболы, асимптотами, эксцентриситетом? Какая гипербола называется сопряженной по отношению к данной?
17. Парабола: определение, уравнение, построение.
18. Что называется директрисами эллипса, гиперболы, параболы?

Тема 13. Поверхности и линии в пространстве.

Понятие об уравнении поверхности. Поверхность первого порядка. Уравнение плоскости. Различные формы записи уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями. Поверхности второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений (эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоид, гиперболический и эллиптический параболоид, конус второго порядка).

Контрольные вопросы:

1. Что понимают под поверхностью?
2. Что называется уравнением поверхности в декартовой системе координат?
3. Что из себя представляет поверхность первого порядка?
4. Выведите уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
5. Запишите общее уравнение плоскости.
6. Как найти расстояние от начала координат до плоскости?
7. Рассмотрите частные случаи положения плоскости относительно осей координат.

8. Как могут располагаться две плоскости в пространстве? Запишите условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Как найти угол между двумя плоскостями?
9. Как построить плоскость в системе координат?
10. Что из себя представляют поверхности второго порядка?
11. Приведите примеры поверхностей второго порядка и запишите их уравнения.

Раздел III. Линейная алгебра.

Тема 14. Основные сведения о матрицах.

Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение, вычитание, умножение матриц, возведение в степень, транспонирование матриц). Свойства операций над матрицами.

Контрольные вопросы:

1. Что называется матрицей размера $m \times n$?
2. Какие две матрицы называются равными?
3. Дайте понятие матрицы (вектора) - строки, матрицы (вектора) - столбца.
4. Сформулируйте определения квадратной матрицы n -го порядка, диагональной матрицы, единичной матрицы n -го порядка, нулевой матрицы.
5. Дайте понятие операциям над матрицами: умножение матрицы на число, сложение и вычитание матриц.
6. Когда умножение матриц определено? Как умножить две матрицы?
7. Перечислите свойства операций над матрицами.
8. Чем отличается операция умножения матриц от операции умножения чисел?
9. Что называется целой положительной степенью A^m ($m > 1$)? Для каких матриц определяется операция возведения в степень? Перечислите свойства этой операции.
10. Дайте понятие операции - транспонирование матрицы. Перечислите свойства этой операции.

Тема 15. Определители.

Определитель второго и третьего порядков. Правило треугольника. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Свойства определителей. Обратная матрица, ее существование и вычисление.

Контрольные вопросы:

1. Дайте понятие определителя квадратной матрицы (матрицы 1-го, 2-го, 3-го порядков). Что из себя представляет правило треугольника (или правило Сарруса)?
2. Сформулируйте определения минора M_{ij} и алгебраического дополнения A_{ij} элемента a_{ij} матрицы n -го порядка.
3. Как найти определитель матрицы по теореме Лапласа?
4. Какая матрица называется треугольной? Как найти определитель треугольной матрицы?
5. Сформулируйте свойства определителей.
6. Дайте понятие обратной матрицы.
7. Какая матрица называется невырожденной (неособенной), а какая вырожденной (особенной)?
8. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
9. Сформулируйте алгоритм вычисления обратной матрицы.
10. Дайте понятие минорам k -го порядка матрицы.

Тема 16. Системы векторов, ранг матрицы.

Понятие минора k -го порядка матрицы. Понятие ранга матрицы. Свойства ранга матрицы. Алгоритм нахождения ранга матрицы. Линейная комбинация строк матрицы. Линейно зависимые и линейно независимые строки матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Контрольные вопросы:

1. Что называется рангом матрицы? Перечислите свойства ранга матрицы.
2. Сформулируйте алгоритм нахождения ранга матрицы.
3. Что называется линейной комбинацией строк матрицы?
4. Какие строки матрицы называются линейно зависимыми и линейно независимыми?
5. Сформулируйте теорему о ранге матрицы.

Тема 17. Системы линейных уравнений.

Основные понятия и определения. Матричная запись системы линейных уравнений. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система m линейных уравнений с n переменными. Исследование системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Контрольные вопросы:

1. Дайте понятие системы m линейных уравнений с n переменными.
2. Что называется решением системы линейных уравнений?
3. Сформулируйте определения совместной и несовместной систем.
4. Какая совместная система называется определенной, а какая неопределенной?
5. Какие две системы уравнений называются равносильными (эквивалентными)?
6. Дайте понятие матричного уравнения.
7. Перечислите методы решения системы линейных уравнений.
8. В чем заключается метод обратной матрицы?
9. Запишите формулы Крамера.
10. Опишите метод Гаусса. Каковы достоинства этого метода по сравнению с другими?
11. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли (теорема о совместности систем линейных уравнений).

Тема 18. Комплексные числа и многочлены.

Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

Контрольные вопросы:

1. Дайте понятие комплексного числа.
2. Что является действительной и мнимой частью числа?
3. Какие комплексные числа называются мнимыми, чисто мнимыми?
4. Какие два комплексных числа называются равными?
5. Сформулируйте арифметические операции над комплексными числами в алгебраической форме.
6. Изобразите комплексное число в комплексной плоскости.

7. Что из себя представляет тригонометрическая форма комплексного числа?
8. Сформулируйте операции над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме (сложение, умножение, деление комплексных чисел, возведение комплексного числа в натуральную степень n , извлечение корня n -ой степени из комплексного числа).
9. Запишите показательную форму комплексного числа.

3.3. Активные и интерактивные формы проведения занятий

В качестве активных форм проведения занятий по дисциплине предлагается две формы: лекция-беседа и консультационная работа преподавателя. Выбор интерактивной формы предоставляется непосредственно преподавателю.

Лекция-беседа предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Неоспоримым преимуществом лекции-беседы является возможность расширить круг мнений сторон, привлечь коллективные знания и опыт, что имеет большое значение в активизации мышления обучающихся. Вопросы преподаватель может адресовать как всей аудитории, так и кому-то конкретно. Они могут быть как простые, способные сосредоточить внимание на отдельных важнейших элементах темы, так и проблемные. Обучающиеся, продумывая ответ на заданный вопрос, получают возможность самостоятельно прийти к тем выводам и обобщениям, которые преподаватель должен был сообщить им в качестве новых знаний, либо понять глубину и важность обсуждаемой проблемы, что повышает интерес и степень восприятия материала.

Консультационная работа преподавателя предполагает два вида консультаций: групповые и индивидуальные. На групповой консультации преподаватель называет тему предстоящего семинарского занятия, вопросы и порядок их обсуждения; дает краткий обзор источников и раскрывает их значение для наиболее полного рассмотрения соответствующих теоретических проблем. При этом он обращает внимание на наиболее сложные вопросы, на которые нужно обратить более пристальное внимание при разборе темы, дает советы о путях их преодоления; рекомендует наиболее целесообразные способы организации самостоятельной работы. Проведение индивидуальных консультаций проводится преподавателем в специально отведенное время. В этом случае к нему за помощью могут обратиться как те, кто испытывает трудности в изучении данной темы, так и обучающиеся, которые хотели бы более глубоко разобраться в вопросах семинара.

Интерактивное обучение по дисциплине предполагает: регулярное обновление и использование электронных учебно-методических материалов; использование современных мультимедийных средств обучения; проведение аудиторных занятий в режиме реального времени посредством Интернета, когда обучающиеся и преподаватели имеют возможность не только слушать лекции, но и обсуждать ту или иную тематику, участвовать в прениях и т.д.

С целью качественной подготовки обучающихся по представленной дисциплине предполагается изучение дисциплины в следующих интерактивных формах: 1) работа в малых группах; 2) дискуссия.

Работа в малых группах – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе. Работа в малой группе — неотъемлемая часть многих интерактивных методов, например, таких, как мозаика, дебаты, общественные слушания, почти все виды имитаций и др.

При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты. Нужно убедиться, что обучающиеся обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания. Нехватка знаний очень скоро даст о себе знать — обучающиеся не станут прилагать усилий для выполнения задания. Надо стараться сделать свои инструкции максимально четкими. Маловероятно, что группа сможет воспринять более одной или двух, даже очень четких, инструкций за один раз, поэтому надо записывать инструкции на доске и (или) карточках. Надо предоставлять группе достаточно времени на выполнение задания.

Дискуссия как метод интерактивного обучения успешно применяется в системе учебных заведений на Западе, в последние годы стала применяться и в нашей системе образования. Метод дискуссии (учебной дискуссии) представляет собой «вышедшую из берегов» эвристическую беседу. Смысл данного метода состоит в обмене взглядами по конкретной проблеме. Это активный метод, позволяющий научиться отстаивать свое мнение и слушать других.

Обычно предполагается, что из мышления рождается ответ на высказывание оппонента в дискуссии, поэтому разномыслие и рождает дискуссию. Однако дело обстоит как раз наоборот: спор, дискуссия рождает мысль, активизирует мышление, а в учебной дискуссии к тому же обеспечивает сознательное усвоение учебного материала как продукта мыслительной его проработки.

Метод дискуссии используется в групповых формах занятий: на семинарах-дискуссиях, собеседованиях по обсуждению итогов выполнения заданий на практических и лабораторных занятиях, когда обучающимся нужно высказываться. На лекции дискуссия в полном смысле развернуться не может, но дискуссионный вопрос, вызвавший сразу несколько разных ответов из аудитории, не приведя к выбору окончательного, наиболее правильного из них, создает атмосферу коллективного размышления и готовности слушать преподавателя, отвечающего на этот дискуссионный вопрос.

Дискуссия на семинарском (практическом) занятии требует продуманности и основательной предварительной подготовки обучаемых. Нужны не только хорошие знания (без них дискуссия беспредметна), но также наличие у обучающихся умения выражать свои мысли, четко формулировать вопросы, приводить аргументы и т. д. Учебные дискуссии обогащают представления обучающихся по теме, упорядочивают и закрепляют знания.

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

4.1. Методические рекомендации по самостоятельному изучению курса (дисциплины)

Самостоятельная работа обучающихся – это индивидуальная или коллективная учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства преподавателя. Самостоятельная работа есть особо организованный вид учебной деятельности, проводимый с целью повышения эффективности подготовки обучающихся к последующим занятиям, формирования у них навыков самостоятельной отработки учебных заданий, а также овладения методикой организации своего самостоятельного труда в целом.

Являясь необходимым элементом дидактической связи различных методов обучения между собой, самостоятельная работа обучающихся призвана обеспечить более глубокое, творческое усвоение понятийного аппарата дисциплины «Математика», содержания основных тем и литературы по данной дисциплине.

Обучающимся заочной формы обучения по дисциплине особое внимание следует обратить на самостоятельное изучение рекомендованной учебной литературы. В процессе изучения литературы необходимо составлять конспект. Конспект должен содержать краткое содержание источника, ход мыслей автора, важнейшие цифры, выводы.

Помощь обучающимся в изучении дисциплины «Математика» преподаватели оказывают не только путём чтения лекций и проведения семинарских занятий, но и в часы, отведённые преподавателям для консультаций.

Организация самостоятельной работы обучающихся должна строиться по системе поэтапного освоения материала. Метод поэтапного изучения включает в себя предварительную подготовку, непосредственное изучение теоретического содержания источника, обобщение полученных знаний.

Предварительная подготовка включает в себя уяснение цели изучения материала, оценку широты информационной базы анализируемого вопроса, выяснение его научной и практической актуальности. Изучение теоретического содержания заключается в выделении и уяснении ключевых понятий и положений, выявлении их взаимосвязи и систематизации. Обобщение полученных знаний подразумевает широкое осмысление теоретических

положений через определение их места в общей структуре изучаемой дисциплины и их значимости для практической деятельности.

Изучение дисциплины «Математика» нужно начинать со знакомства с его программой. Затем необходимо чётко осмыслить структуру каждой темы, логику её построения. Далее по списку литературы требуется подобрать относящиеся к конкретной теме учебные материалы, дополнительные источники (книги, брошюры, журналы и др.).

Методические рекомендации по работе с литературой.

При самостоятельном изучении основной рекомендованной литературы обучающимся необходимо обратить главное внимание на узловые положения, излагаемые в изучаемом тексте.

Необходимо внимательно ознакомиться с содержанием соответствующего блока информации, структурировать его и выделить в нем центральное звено. Обычно это бывает ключевое определение или совокупность сущностных характеристик рассматриваемого объекта. Для того, чтобы убедиться, насколько глубоко усвоено содержание темы, в конце соответствующих глав и параграфов учебных пособий обычно дается перечень контрольных вопросов, на которые обучающиеся должен уметь дать четкие и конкретные ответы.

Работа с дополнительной литературой предполагает умение обучающихся выделять в ней необходимый аспект изучаемой темы (то, что в данном труде относится непосредственно к изучаемой теме). Это важно в связи с тем, что к дополнительной литературе может быть отнесен широкий спектр текстов (учебных, научных, художественных, публицистических и т.д.), в которых исследуемый вопрос рассматривается либо частично, либо с какой-то одной точки зрения, порой нетрадиционной.

В своей совокупности изучение таких подходов существенно обогащает научный кругозор обучающихся. В данном контексте следует учесть, что дополнительную литературу целесообразно прорабатывать, во-первых, на базе уже освоенной основной литературы, и, во-вторых, изучать комплексно, всесторонне, не абсолютизируя чью-либо субъективную точку зрения.

Обязательный элемент самостоятельной работы обучающихся с литературой – ведение необходимых записей. Основными общепринятыми формами записей являются конспект, выписки, тезисы, аннотации, резюме, план.

Конспект – это краткое письменное изложение содержания источника, статьи, доклада, лекции, включающее в сжатой форме основные положения и их обоснование.

Выписки – это краткие записи в форме цитат (дословное воспроизведение отрывков источника, произведения, статьи, содержащих существенные положения, мысли автора), либо лаконичное, близкое к тексту изложение основного содержания.

Тезисы – это сжатое изложение ключевых идей прочитанного источника или произведения.

Аннотации, резюме – это соответственно предельно краткое обобщающее изложение содержания текста, критическая оценка прочитанного документа или произведения.

В целях структурирования содержания изучаемой работы целесообразно составлять ее план, который должен раскрывать логику построения текста, а также способствовать лучшей ориентации обучающихся в содержании произведения.

Самостоятельная работа обучающихся будет эффективной и полезной в том случае, если она будет построена исходя из понимания обучающимися необходимости обеспечения максимально широкого охвата различных источников, литературы, что вполне достижимо при научной организации учебного труда.

Рекомендации по работе с тестовой системой.

Контроль и освоение курса данной дисциплины осуществляется путем сдачи обучающимися письменных тестов. В тестах предусмотрено четыре, а иногда и пять типов вопросов.

1. Выбор единственно правильного ответа. Ответ на вопрос данного типа должен быть только один.

2. Выбор нескольких правильных ответов. Задача состоит в том, чтобы выбрать из предложенного списка вариантов ответов несколько верных.

3. Установка последовательности правильных ответов. Задача состоит в том, чтобы пронумеровать предложенные варианты ответов в правильном порядке.

4. Установка соответствия ответов. Задача состоит в том, чтобы для каждого варианта ответов выбрать из предложенного списка соответствий вариантам ответов один или несколько верных.

Рекомендации по подготовке к зачету и экзамену

Зачет либо экзамен является формой итогового контроля обучающихся по дисциплине «Математика». Материал сдаётся по вопросам, приведенным в настоящей рабочей программе. Зачет проводится путем ответа обучающихся на вопросы, сформулированные преподавателем. Экзамен же проводится путем ответа на экзаменационный билет.

Преподаватель во вступительном слове рассказывает об особенностях и порядке проведения зачета, либо экзамена и о критериях оценки знаний.

Каждый обучающийся, войдя в аудиторию, получает вопрос, либо берет экзаменационный билет, а затем начинает подготовку к ответу. Время подготовки – 15 минут на вопрос. После ответа по вопросу, обучающемуся могут быть заданы дополнительные вопросы в рамках всей учебной программы. Более углубленно проверяются знания обучающихся, имеющих низкие оценки по результатам текущего контроля, а также пропустивших большое количество учебных занятий.

4.2. Глоссарий

Раздел I. Основы математического анализа

1. **Математика** – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного числа.
2. **Множество** – это совокупность (собрание, набор) некоторых объектов, обладающих каким-либо общим для всех них свойством. Объекты, которые образуют множество, называются элементами этого множества.
3. Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым**.
4. Множества, элементами которых являются действительные числа, называются **числовыми множествами** (числовые множества: натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные).
5. **Интервалом** называют некоторое подмножество множества действительных чисел.

Типы интервалов: замкнутые, полуоткрытые (полузамкнутые), открытые, полубесконечные интервалы и бесконечный интервал.

6. **Модулем** действительного числа x ($|x|$) называется само число x , если $x \geq 0$, и противоположное число $-x$, если $x < 0$.
7. **Постоянная величина** – это величина, сохраняющая одно и то же значение.
8. **Переменная величина** – это величина, принимающая различные числовые значения.
9. **Функция** – это правило, по которому каждому элементу x из множества X ставится в соответствие элемент y из множества Y .

Общий вид функции: $y=f(x)$, где x – независимая переменная (или аргумент), y – зависимая переменная, f – правило.

10. Множество всех значений независимой переменной (X), для которых функция определена, называется **областью определения** (или существования) этой функции и обозначается $D(f)$. Множество Y - множество значений функции $E(f)$.
11. **Графиком функции** $f(x)$ называется множество всех точек плоскости с координатами $(x; f(x))$, т.е. таких точек, координаты которых связаны соотношением $y=f(x)$.
12. Функция $y=f(x)$ называется **четной**, если для любых x из области определения $f(-x)=f(x)$.
13. Функция $y=f(x)$ называется **нечетной**, если для любых x из области определения $f(-x)=-f(x)$.
14. Функция, не являющаяся четной или нечетной, называется **функцией общего вида**.
15. **Явная функция** – это функция, заданная формулой, в которой правая часть не содержит зависимой переменной.
16. Если по некоторому закону каждому числу n из натурального ряда чисел $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ поставлено в соответствие вполне определенное число a_n , то говорят, что задана **числовая последовательность**.
17. **Пределом функции** называется число, к которому стремится функция при стремлении аргумента к своему предельному значению: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ или $f(x) \rightarrow A$ при $x \rightarrow x_0$.
18. Функция называется **бесконечно малой**, если при $x \rightarrow x_0$ она стремится к 0 (т.е. ее предел равен 0).
19. Функция называется **бесконечно большой**, если при $x \rightarrow x_0$ она стремится к бесконечности (т.е. ее предел равен бесконечности).
20. **Первый замечательный предел** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
21. **Второй замечательный предел** $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$.
22. **Производной функции** $y=f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к 0 (если этот предел существует): $y' = f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

23. Нахождение производной функции называется **дифференцированием** этой функции.

24. **Геометрический смысл производной:** производная $f'(x_0)$ есть угловой коэффициент (тангенс угла наклона) касательной, проведенной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 : $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$.

25. **Физический (механический) смысл производной:** производная пути по времени $S'(t_0)$ есть скорость точки в момент t_0 : $v(t_0) = S'(t_0)$.

26. **Правило Лопиталя:**

Предел отношения двух бесконечно малых или бесконечно больших функций равен пределу отношения их производных.

27. Точка x_0 называется **точкой максимума** функции $f(x)$, если в некоторой окрестности точки x_0 выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

28. Точка x_0 называется **точкой минимума** функции $f(x)$, если в некоторой окрестности точки x_0 выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

29. Максимум и минимум функции называются **экстремумами функции**, а точка максимума и точка минимума – **точками экстремума**.

30. Точки, в которых производная равна нулю или не существует, называются **критическими** (или стационарными).

31. **Дифференциалом функции** называется произведение производной функции на приращение независимой переменной: $dy = f'(x) \cdot \Delta x$.

32. Дифференцируемая функция $F(x)$ называется **первообразной** для функции $f(x)$ на промежутке X , если в каждой точке x этого промежутка выполняется равенство: $F'(x) = f(x)$.

33. Совокупность всех первообразных для функции $f(x)$ на промежутке X называется **неопределенным интегралом** от функции $f(x)$ и обозначается $\int f(x)dx$, т.е. $\int f(x)dx = F(x) + C$.

34. Формула интегрирования по частям: $\int u dv = uv - \int v du$.

35. **Определенный интеграл** от функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ - это предел интегральной суммы и обозначается $\int_a^b f(x)dx$.

36. **Формула Ньютона-Лейбница:** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

37. **Несобственным интегралом** $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ называется предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^x f(x)dx$.
38. **Дифференциальное уравнение** – это уравнение, связывающее независимую переменную x , искомую функцию y и ее производные различных порядков.
39. Дифференциальное уравнение первого порядка с **разделяющимися переменными** – это уравнение вида $\frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y)$.
40. **Линейное дифференциальное уравнение** первого порядка – уравнение вида $y' + f(x)y + g(x) = 0$.
41. **Задача Коши** – задача нахождения частного решения дифференциала.
42. **Числовой ряд** – это бесконечная последовательность чисел, соединенных знаком сложения.
43. Ряд называется **сходящимся**, если существует конечный предел последовательности его частичных сумм.
44. **Сумма числового ряда** – предел последовательности частичных сумм ряда.
45. **Гармонический ряд** – ряд, имеющий общий член вида $\frac{1}{n}$.
46. **Признак Даламбера:** Пусть для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ с положительными членами существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$. Тогда, если $l < 1$, то ряд сходится, если $l > 1$, то ряд расходится, если $l = 1$, то вопрос о сходимости нужно исследовать с помощью других признаков.
47. **Признак Лейбница** – признак сходимости знакочередующего ряда по абсолютной величине u_n и пределу $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
48. **Степенной ряд** – это функциональный ряд вида $a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n + \dots$, где a, a_0, a_1, \dots, a_n – действительные числа.
49. **Ряд Маклорена:** $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$
50. **Ряд Тейлора:** $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \dots$

Раздел II. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве

1. Две взаимно перпендикулярные оси OX и OY , имеющие общее начало O и одинаковую масштабную единицу, образуют **прямоугольную систему координат на плоскости**.
2. **Вектором AB** называется направленный отрезок AB с началом в точке A и концом в точке B .
3. Два вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.
4. Если начало и конец вектора имеют координаты $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, то **координаты вектора** $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.
5. **Условие коллинеарности двух векторов:**
Два вектора коллинеарны, если их соответствующие координаты пропорциональны.
6. **Скалярным произведением** двух ненулевых векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.
7. Если вектор $\vec{a} = (x, y)$, то **длина вектора** $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
8. Если известны координаты двух векторов $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, то их **скалярное произведение** равно $(\vec{a}, \vec{b}) = x_1 x_2 + y_1 y_2$.
9. Три вектора называются **компланарными**, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.
10. Линии, определяемые в декартовой системе координат уравнением $Ax + By + C = 0$, называются **линиями первого порядка**. (Линией первого порядка является прямая.)
11. Уравнение прямой с угловым коэффициентом k имеет вид $y = kx + b$.
12. **Угловой коэффициент k** прямой равен тангенсу угла наклона этой прямой к оси Ox .
13. Пусть даны две прямые $l_1 : y = k_1 x + b_1, l_2 : y = k_2 x + b_2$.

Условие параллельности прямых: $k_1 = k_2$.

Условие перпендикулярности прямых: $k_1 k_2 = -1$.

14. **Алгебраическим уравнением второй степени** называется уравнение вида $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, где A, B, C, D, E, F – действительные числа и по крайней мере одно из чисел A, B, C не равно 0.
15. Линии, которые в системе декартовых координат определяются уравнениями второй степени, называются **линиями второго порядка**. (Примером линий второго порядка являются окружность, эллипс, парабола, гипербола.)
16. **Каноническое уравнение окружности** с центром в точке (x_0, y_0) и радиусом R : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.
17. **Каноническое уравнение эллипса**: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, где a – большая полуось эллипса, b – малая полуось.
18. **Каноническое уравнение гиперболы**: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, где a – действительная полуось гиперболы, b – мнимая полуось.
19. **Каноническое уравнение параболы**: $y^2 = 2px$, где p – параметр параболы.
20. Под **поверхностью** понимают множество точек пространства, координаты которых (x, y, z) меняются при переходе от одной точки к другой, но не произвольно, а по определенному правилу (закону). Это правило определяется некоторым уравнением, называемым уравнением поверхности.
21. Различают поверхности **первого и второго порядка**.
Примером поверхности первого порядка является плоскость, имеющая общее уравнение вида $Ax + By + Cz + D = 0$.
Примером поверхностей второго порядка являются эллипсоид, сфера, однополостный и двуполостный гиперболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка.

Раздел III. Линейная алгебра

1. **Матрицей размера $m \times n$** называется прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов. Числа, составляющие матрицу, называются элементами матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

где a_{ij} – элементы матрицы (i – номер строки, j – номер столбца).

2. Две матрицы A и B одного размера называются **равными**, если они совпадают поэлементно.
3. Матрица, состоящая из одной строки, называется **матрицей (вектором)-строкой**, а из одного столбца – **матрицей (вектором)-столбцом**.
4. Матрица называется **квадратной n -го порядка**, если число строк равно числу столбцов, т.е. $m = n$.

Например, квадратная матрица третьего порядка:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

5. Элементы квадратной матрицы a_{ij} , у которых номер строки равен номеру столбца ($i = j$), называются **диагональными** и образуют **главную диагональ** матрицы. (Например, у квадратной матрицы третьего порядка главную диагональ образуют элементы a_{11} , a_{22} , a_{33} .)
6. Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны 0, то матрица называется **диагональной**. Например:

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Если у диагональной матрицы n -го порядка все диагональные элементы равны 1, то матрица называется **единичной матрицей n -го порядка** и обозначается E . Например, единичная матрица 3-го порядка имеет вид:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. **Транспонирование матрицы** – это переход от матрицы A к матрице A^T , в которой строки и столбцы поменялись местами с сохранением порядка.
9. **Определителем матрицы второго порядка** называется число, которое вычисляется по формуле:

$$\Delta_2 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

10. **Определителем матрицы третьего порядка** называется число, которое вычисляется по формуле (правило треугольника):

$$\Delta_3 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

11. **Минором** M_{ij} элемента a_{ij} квадратной матрицы A n -го порядка называется определитель матрицы $(n-1)$ -го порядка, полученной из матрицы A вычеркиванием i -той строки и j -го столбца.
12. **Рангом** матрицы A называется наивысший порядок отличных от нуля миноров этой матрицы.

13. **Алгебраическим дополнением** A_{ij} элемента a_{ij} квадратной матрицы n -го порядка называется его минор, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

14. **Теорема Лапласа:** Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

15. Квадратная матрица, у которой все ее элементы, расположенные ниже (или выше) главной диагонали, равны нулю, называется **треугольной**.

16. **Определитель треугольной матрицы** (и, очевидно, диагональной) равен произведению элементов главной диагонали.

17. **Матрица** A^{-1} называется **обратной** по отношению к квадратной матрице A , если при умножении этой матрицы на данную как справа, так и слева получается единичная матрица.

18. **Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы:**
обратная матрица существует (и она единственна) тогда и только тогда, когда определитель исходной матрицы отличен от нуля.

19. Система m линейных уравнений с n переменными имеет вид:

[illegible]

где a_{ij}, b_i ($i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$) – произвольные числа,

a_{ji} - коэффициенты при переменных, b_i - свободные члены уравнений.

20. **Решением системы линейных уравнений** называется такая совокупность n чисел, при подстановке которых каждое уравнение системы обращается в верное равенство.

21. Система уравнений называется *совместной*, если она имеет хотя бы одно решение, и *несовместной*, если она имеет более одного решения.

- ## 22. Способы решения систем линейных уравнений:

а) Метод обратной матрицы.

Система линейных уравнений может быть записана в матричной форме: $AX=B$, где A – матрица коэффициентов при переменных, или матрица системы, X – матрица-столбец переменных, B – матрица-столбец свободных членов. Решением системы будет матрица-столбец $X=A^{-1}B$.

б) Теорема Крамера:

Пусть Δ – определитель матрицы системы A , а Δ_j – определитель матрицы, получаемой из матрицы A заменой j -го столбца столбцом свободных членов. Тогда, если Δ не равно 0, то система имеет единственное решение, определяемое по формулам:

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} \quad (j=1, 2, \dots, n).$$

Примечание: метод обратной матрицы и формулы Крамера применяются для систем линейных уравнений, в которых количество уравнений равно числу переменных.

в) Метод Гаусса:

С помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе ступенчатого вида, из которой последовательно, начиная с последних (по номеру) переменных, находятся все остальные переменные.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Оценка качества освоения обучающимися образовательных программ включает в себя порядок, периодичность, систему оценок и формы проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Нормативно-методическое обеспечение текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с положением «Об осуществлении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся».

Основными задачами текущего контроля успеваемости является систематический мониторинг за формированием компетенций, предусмотренных ФГОС ВО и ООП, повышение качества знаний обучающихся, приобретение и развитие навыков самостоятельной работы, повышение академической активности обучающихся.

Критерии оценки обучающихся

Текущая аттестация (текущий контроль) уровня усвоения содержания дисциплины возможно проводить в ходе всех видов учебных занятий методами устного и письменного опроса (работ), в процессе выступлений обучающихся на практических занятиях, защиты рефератов, а также посредством тестирования.

Качество письменных работ оценивается исходя из того, что обучающиеся:

- выбрали и использовали форму и стиль изложения, соответствующие целям и содержанию дисциплины;
- применили связанную с темой информацию, используя при этом понятийный аппарат специалиста в данной области;
- представили структурированный и грамотно написанный текст, имеющий связное содержание.

Тестовые материалы оцениваются по процентному соотношению правильных вариантов. Количество правильных ответов в пределах от 90 до 100 % - «отлично»; в пределах от 75 до 89 % - «хорошо»; в пределах от 50 до 74 % - «удовлетворительно»; менее 50 % - «неудовлетворительно».

Сдача зачета происходит в устной форме по билетам. В ходе зачета студент должен продемонстрировать знания и умения по предмету учебного

курса. Качество ответов студентов и выполнение заданий оценивается: «зачтено», «зачтено с оценкой» и/или «не зачтено», «не зачтено с оценкой».

«зачтено», «зачтено с оценкой»:

- полные, осознанные знания в рамках курса лекций и дополнительной литературы, логичное и грамотное изложение материала.

«не зачтено» «не зачтено с оценкой»:

- допускаются существенные ошибки в знании курса лекций, при ответе вскрывается ошибочное понимание основных понятий курса.

Сдача экзамена происходит в устной форме по билетам.

Качество ответов на экзамене оцениваются на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если:

- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на все поставленные вопросы, правильно решены практические задачи;
- ответы были четкими и краткими, основные мысли излагались в строгой логической последовательности;
- обучающийся продемонстрировал умение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если:

- даны полные, достаточно обоснованные ответы на поставленные вопросы, правильно решены практические задания;
- в ответах не всегда выделялось главное, при решении практических задач не всегда использовались рациональные методики расчётов;
- ответы в основном были краткими, но не всегда четкими.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если:

- даны в основном правильные ответы на все поставленные вопросы, но без должной глубины и обоснования, при решении практических задач студент использовал прежний опыт и не применял новые методики выполнения расчётов, однако на уточняющие вопросы даны в целом правильные ответы;
- при ответах не выделялось главное;
- ответы были многословными, нечеткими и без должной логической последовательности;
- на отдельные дополнительные вопросы не даны положительные ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнены требования, соответствующие оценке «удовлетворительно».

Обучающиеся, пропустившие свыше 75% учебного времени, не аттестуются по итогам семестра. Вопрос об аттестации таких обучающихся решается в индивидуальном порядке.

5.1. Список вопросов к зачету (1 семестр)

Раздел I. Основы математического анализа.

1. Понятие множества. Какие бывают множества? Перечислите операции, выполняемые над множествами.
2. Сформулируйте определение числового множества. Укажите соотношение между множествами натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.
3. Что такое подмножество? Приведите примеры множеств и подмножеств.
4. Что называется интервалом (промежутком)? Напишите обозначение различных интервалов.
5. Сформулируйте определение функции. Что называется областью определения (существования) и областью значений функции?
6. Перечислите способы задания функции. Какой способ наиболее наглядный?
7. Какая функция называется четной и нечетной функции. Какая функция называется периодической, ограниченной, монотонной?
8. Явные и неявные функции. Приведите примеры.
9. Что называется последовательностью? Какие виды числовых последовательностей вы знаете?
10. Какие последовательности называются монотонными, сходящимися?
11. Дайте определение предела последовательности. Перечислите основные теоремы о пределах последовательности.
12. Сформулируйте понятия бесконечно малой последовательности и бесконечно большой последовательности. Укажите связь между ними.
13. Сформулируйте определение предела функции в точке. Перечислите основные теоремы о пределах функции.
14. Что такое правосторонний и левосторонний пределы функции?
15. Что из себя представляют замечательные пределы функции?
16. Дайте определение непрерывности функции в точке и на интервале.

17. Что такое точка разрыва функции? Какие бывают точки разрыва функции?
18. Сформулируйте определение производной функции. Что такое дифференцирование функции?
19. В чем состоит геометрический и физический смыслы производной?
20. Сформулируйте правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций.
21. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции. Приведите пример.
22. Сформулируйте правила дифференцирования степенной, логарифмической, показательной, тригонометрических функций.
23. Дайте определение производной второго порядка и укажите ее физический смысл.
24. Сформулируйте достаточный признак возрастания (убывания) функции.
25. Дайте определение максимума (минимума) функции.
26. Сформулируйте необходимое условие существования экстремума.
27. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума.
28. Сформулируйте алгоритм нахождения экстремума функции.
29. Что называется дифференциалом функции? Сформулируйте основные свойства дифференциала функции.
30. Напишите формулу приближенного вычисления значения функции с помощью дифференциала.
31. Дайте определение функции двух независимых переменных. Что из себя представляет область определения для функции двух переменных? Изобразите на координатной плоскости.
32. В чем заключается геометрический смысл функции двух переменных?
33. Дайте определение частной производной первого порядка для функции двух переменных. Напишите выражения для всех частных производных второго порядка для функции двух переменных.
34. Что такое экстремум функции двух переменных? Сформулируйте необходимые условия существования экстремума функции двух переменных.
35. Какие точки называются критическими? Укажите условия их нахождения.
36. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

Список вопросов к зачету с оценкой (2 семестр)

Раздел II. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве.

1. Понятие прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.
2. Расстояние между двумя точками на плоскости и в пространстве.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Полярная система координат. Связь между прямоугольными декартовыми координатами и полярными координатами.
5. Понятие вектора. Длина вектора. Коллинеарные вектора.
6. Линейные операции над векторами и их свойства.
7. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
8. Понятие декартового прямоугольного базиса. Разложение вектора по базису. Свойства координат вектора.
9. Понятие коллинеарных векторов. Условие коллинеарности двух векторов.
10. Проекция вектора на ось и ее свойства. Проекции вектора на оси координат.
11. Понятие компланарных векторов. Векторное произведение. Основные свойства векторного произведения.
12. Понятие смешанного произведения трех векторов.
13. Линии первого порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
14. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом.
15. Уравнение пучка прямых.
16. Уравнение прямой, проходящей через 2 данные точки.
17. Уравнение прямой в отрезках.
18. Угол между двумя прямыми.
19. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
20. Расстояние от точки до прямой.
21. Линии второго порядка. Окружность и эллипс (определение, уравнение, построение).
22. Гипербола (определение, уравнение, построение).
23. Парабола (определение, уравнение, построение).
24. Понятие поверхности. Уравнение поверхности. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору.

25. Частные случаи положения плоскости относительно осей координат.
26. Построение плоскости в системе координат.
27. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Угол между плоскостями.
28. Что из себя представляют поверхности второго порядка? Приведите примеры поверхностей второго порядка и запишите их уравнения.

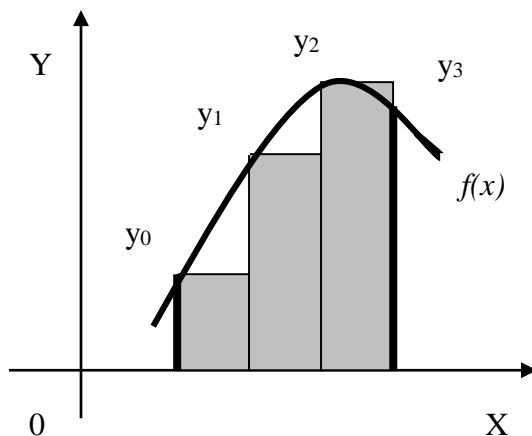
Раздел III. Линейная алгебра.

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Операции над матрицами. Свойства операций.
3. Понятие определителя. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков.
4. Понятие минора M_{ij} и алгебраического дополнения A_{ij} элемента a_{ij} матрицы n -го порядка.
5. Теорема Лапласа.
6. Свойства определителей.
7. Понятие обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
8. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
9. Соотношение для рангов матрицы.
10. Линейная комбинация строк матрицы. Линейно зависимые и линейно независимые строки матрицы. Теорема о ранге матрицы.
11. Система m линейного уравнения с n переменными. Понятие решения системы линейных уравнений, совместных, несовместных, определенных и неопределенных систем уравнений.
12. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы.
13. Система n линейных уравнений с n переменными. Формула Крамера.
14. Метод Гаусса. Достоинства метода Гаусса.
15. Понятие n -мерного вектора. Линейно зависимые и линейно независимые вектора.
16. Размерность и базис линейного пространства.
17. Понятие комплексного числа. Действительная и мнимая часть комплексного числа. Изобразите комплексное число в комплексной плоскости.
18. Сформулируйте арифметические операции над комплексными числами в алгебраической форме.

19. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
20. Показательная форма комплексного числа.

3.4. Комплект тестовых материалов (в тесте предполагается один ответ)

1. Формула приближенного вычисления определённого интеграла, соответствующая рисунку, имеет вид...



Варианты ответа:

1)

$$\int_{x_0}^{x_3} f(x)dx \approx h(y_0 + \frac{y_1 + y_2}{2} + y_3)$$

$$2) \int_{u_0}^{u_3} f(x)dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2)$$

$$3) \int_{u_0}^{u_3} f(x)dx \approx h(y_1 + y_2 + y_3)$$

$$4) \int_{u_0}^{u_3} f(x)dx \approx h(y_0 + y_1 + y_2 + y_3)$$

2. Если основная гипотеза имеет вид $H_0 : a = 20$, то конкурирующей может быть гипотеза...

Варианты ответа:

$$1) H_1 : a \geq 10$$

$$2) H_1 : a \geq 20$$

$$3) H_1 : a \leq 20$$

$$4) H_1 : a > 20$$

3. Действительный корень уравнения $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$ принадлежит интервалу....

Варианты ответа:

1) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

2) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

3) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

4) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

4. Дано дифференциальное уравнение $y' + y^2 = x$ при $y(0) = 1$. Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид...

Варианты ответа:

1) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$

2) $-1 + x + \frac{x^2}{2}$

3) $1 + x + \frac{x^2}{2}$

4) $-1 + x + \frac{x^5}{6}$

5. Если $y(x)$ – решение уравнения $y' = \frac{y}{x}$, удовлетворяющее условию $y(1) = 1$, тогда $y(2)$ равно...

Ответ _____

6. Общее решение дифференциального уравнения $y''' = x + 2$ имеет вид...

Варианты ответа:

1) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$

2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$

$$3) \quad y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$4) \quad y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$$

7. Общим решением линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и характеристическими корнями $k_1 = k_2 = 2$, $k_3 = 1$ является...

Варианты ответа:

$$1) \quad y = C_1e^{2x} + C_2e^x$$

$$2) \quad y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x + C_3 \sin x + C_4 \cos x$$

$$3) \quad y = (C_1 + C_2x)e^{2x} + C_3e^x$$

$$4) \quad y = (C_1 + C_2x) \sin 2x + (C_3 + C_4x) \cos 2x + C_5 \sin x + C_6 \cos x$$

8. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 10. Тогда интервал сходимости имеет вид...

Варианты ответа:

$$1) \quad (-10; 10)$$

$$2) \quad (0; 10)$$

$$3) \quad (-5; 5)$$

$$4) \quad (-10; 0)$$

9. Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются:

Варианты ответа:

$$1) \quad 2x \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$2) \quad x^3 y' + 8y - x + 5 = 0$$

$$3) \quad y^2 \frac{\partial y}{\partial x} + x = 0$$

$$4) \quad x \frac{d^2 y}{dx^2} + xy \frac{dy}{dx} + x^2 = y$$

10. Если последовательность, то она.....

Варианты ответа:

1) сходиться; ограничена

2) монотонна и ограничена; сходиться

3) ограничена; сходиться

4) монотонна; сходится

11. Укажите сходящиеся числовые ряды:

Варианты ответа:

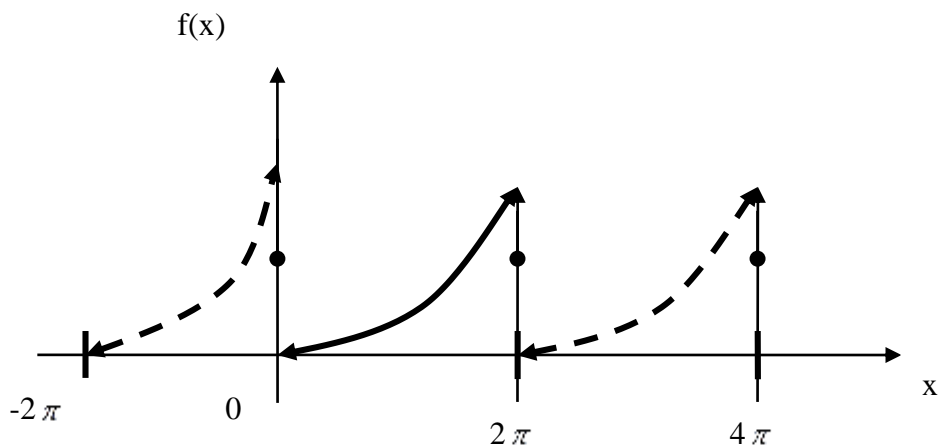
1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+5}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$

12. График функции $f(x)$ при $x \in [0; 2\pi]$ и его периодическое продолжение заданы на рисунке.



Варианты ответа:

1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos nx$

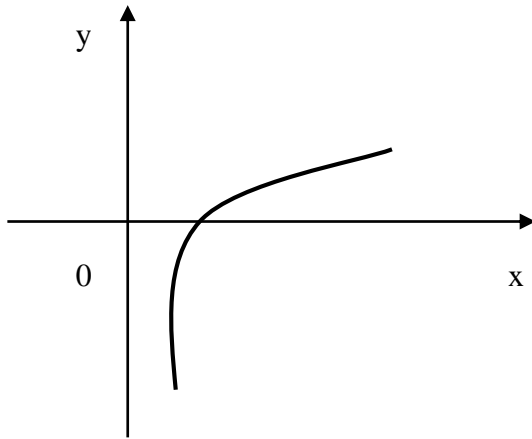
2) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

3) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

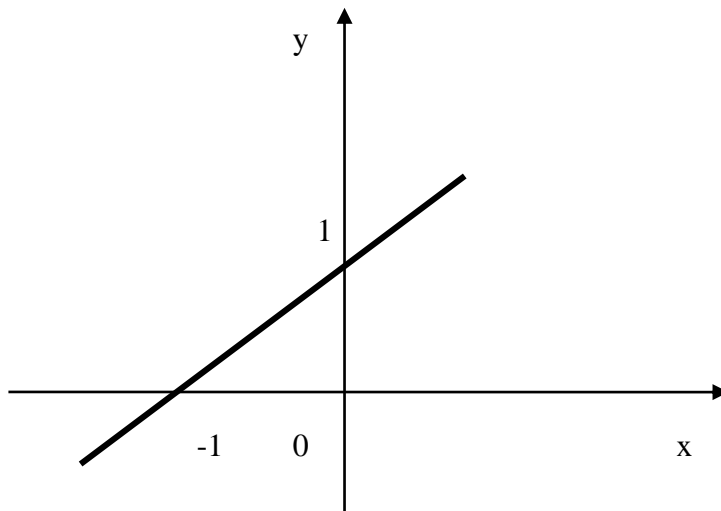
4) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

13. Укажите график периодической функции:

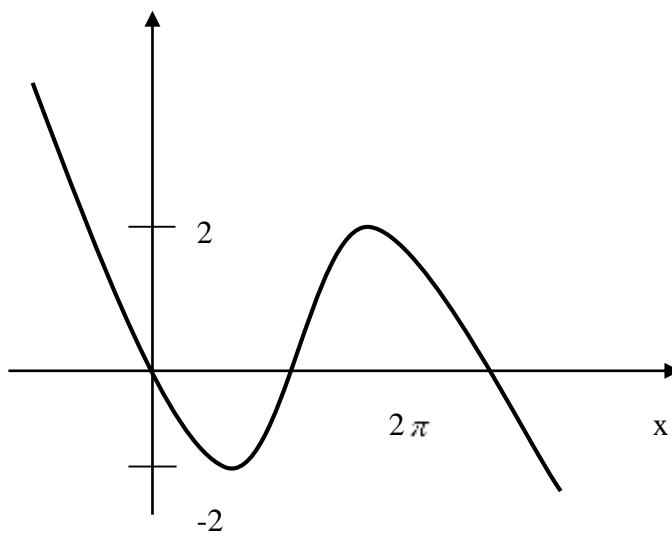
1)



2)



3)



14. Установите соответствие между периодической функцией и значением её периода

1. $y = \cos \pi x$

2. $y = \operatorname{tg} \frac{3\pi x}{2}$

3. $y = \sin \frac{\pi x}{2}$

Варианты ответа:

1) $\frac{2}{3}$

2) 1

3) π

4) 2

5) 4

15. Гармонические колебания с амплитудой A , частотой ω и начальной фазой φ описываются законом....

Варианты ответа:

1) $f(x) = \frac{A}{(\omega x + \varphi)}$

2) $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$

3) $f(x) = A(\omega x + \varphi)^2$

4) $f(x) = A\sqrt{\omega x + \varphi}$

16. Дано комплексное число $z = 1 + \sqrt{3}i$. Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1. $z \cdot \bar{z}$

2. $\frac{\bar{z}}{|z|}$

3. $z + \bar{z}$

4. $z - \bar{z}$

Варианты ответа:

1) $2\sqrt{3}i$

2) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

3) 2

- 4) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 5) 4

17. Значение функции $f(z) = z^2$ в точке $z_0 = 3 + 2i$ равно...

Варианты ответа:

- 1) $7 + 12i$
 2) $13 + 12i$
 3) $9 + 12i$
 4) $5 + 12i$

18. Комплексное число $1 + i$ можно представить в виде...

Варианты ответа:

- 1) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
 2) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
 3) $\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
 4) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

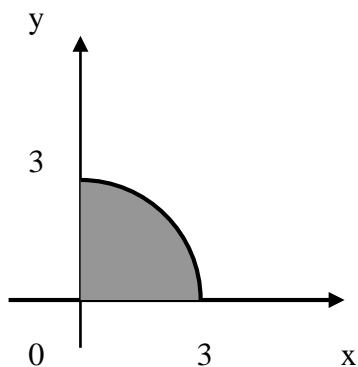
19. Установить соответствия между списками двух множеств, заданных различным образом:

1. $\{x: x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$
 2. $\{x: x^2 - 5x + 6 = 0\}$
 3. $\{x: x^2 - 5x + 6 < 0\}$
 4. $\{x: x^2 - 5x + 6 > 0\}$

Варианты ответа:

- 1) $[2; 3]$
 2) $(2; 3)$
 3) $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$
 4) $(-\infty; 2] \cup [3; \infty)$
 5) $\{2; 3\}$

20. Мера множества, изображённого на рисунке,



равна....

Варианты ответа:

- 1) $\frac{9\pi}{4}$
- 2) $\frac{9\pi}{2}$
- 3) $\frac{\pi}{4}$
- 4) $\frac{3\pi}{4}$

21. Укажите соответствие между заданным вектором и соответствующим ему нормированным вектором

1. (1, 0)
2. (1, 1)
3. (3, 4)
4. (1, 2)

Варианты ответа:

- 1) $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$
- 2) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- 3) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- 4) (1,0)
- 5) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

22. Векторное произведение векторов $\vec{a} = (4; \alpha; 6)$ и $\vec{b} = (2; 1; \beta)$ равно нулю, если...

Варианты ответа:

- 1) $\alpha = 2; \beta = 4$
- 2) $\alpha = 2; \beta = 1/3$
- 3) $\alpha = 2; \beta = 1$
- 4) $\alpha = 2; \beta = 3$

23. Сходящимися являются несобственные интегралы...

Варианты ответа:

- 1) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{4}} dx$
- 2) $\int_1^{+\infty} x^{-4} dx$
- 3) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{2}} dx$
- 4) $\int_1^{+\infty} x^{-2} dx$

24. Установите соответствие между функциями и их производными

1. $y = e^{3x}$
2. $y = \sin(5x + 1)$
3. $y = \operatorname{arctg} x^2$

Варианты ответа:

- 1) $\cos(5x + 1)$
- 2) $5\cos(5x + 1)$
- 3) $3x \cdot e^{3x-1}$
- 4) $\frac{2x}{1+x^4}$
- 5) $3e^{3x}$

25. Линиями уровня функции $z = (x^2 - 2y)^3$ являются...

Варианты ответа:

- 1) прямые
- 2) параболы
- 3) эллипсы

4) гиперболы

26. В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с абсциссами разных знаков. Тогда этот отрезок обязательно пересекает...

Варианты ответа:

- 1) плоскость Oyz
- 2) плоскость Oxy
- 3) плоскость Oxz
- 4) ось абсцисс

27. Для дробно-рациональной функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}$ точками разрыва являются...

Варианты ответа:

- 1) $x = -2$
- 2) $x = 1$
- 3) $x = 0$
- 4) $x = -1$

28. Среди прямых

$$l_1 : x + 3y - 5 = 0, \quad l_2 : 2x + 6y - 3 = 0, \quad l_3 : 2x - 6y - 3 = 0, \quad l_4 : -2x + 6y - 5 = 0$$

параллельными являются ...

Варианты ответа:

- 1) l_1 и l_2
- 2) l_2 и l_3
- 3) l_1 и l_3
- 4) l_3 и l_4

29. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, то длина её действительной полуоси равна...

Варианты ответа:

- 1) 3
- 2) 9
- 3) 4
- 4) 16

30. Полюс полярной системы координат совмещён с началом декартовой системы координат, а полярная ось совпадает с

положительной полуосью абсцисс. Тогда точка $(3; y)$, заданная в декартовой системе координат, имеет полярный радиус $\rho = 5$ при y , равном ...

Варианты ответа:

- 1) ± 2
- 2) 2
- 3) 8
- 4) ± 4

31. Установите соответствие между системой линейных уравнений и её расширенной матрицей.

- | | | | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ -x_2 + x_3 - 4 = 0, \\ -3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ | 2. | $\begin{cases} -2x_1 + x_3 = -3, \\ 2x_2 + x_3 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 = 4 \end{cases}$ |
| 3. | $\begin{cases} x_1 + x_3 - 3 = 0, \\ x_2 + x_3 = 4, \\ -3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$ | 4. | $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_3 - 1 = 0 \end{cases}$ |

Варианты ответа:

- | | | | |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ | 2) | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ |
| 3) | $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ | 4) | $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ |
| 5) | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ | 6) | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ |

6. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная и дополнительная учебная литература

6.2. Основная литература

1. Балдин К. В. Высшая математика: учебник: [16+] / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 360 с.: табл., граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-0299-4. – Текст: электронный.

2. Балдин К.В. Математика: учебное пособие / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - Москва: Юнити-Дана, 2015. - 543 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00980-1; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114423>.

6.2. Дополнительная литература

1. Краткий курс высшей математики: учебник: [16+] / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль и др.; под общ. ред. К. В. Балдина. – 4-е изд., стер. – Москва: Дашков и К°, 2020. – 512 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573171>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-03643-9. – Текст: электронный.

2. Гулай Т. А. Математика для студентов экономических направлений: учебное пособие: [16+] / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, В. А. Жукова. – Ставрополь: Секвойя, 2019. – 113 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=614463> (дата обращения: 28.09.2021). – Текст: электронный.

3. Математика: практикум: [16+] / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2018. – Ч. Часть 2. – 284 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=563149> (дата обращения: 28.09.2021). – Библиогр. в кн. – Текст: электронный.

4. Жуковская Т. В. Высшая математика в примерах и задачах: учебное электронное издание: в 2 частях / Т. В. Жуковская, Е. А. Молоканова, А. И. Урусов; Тамбовский государственный технический университет. – Тамбов: Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2018. – Ч. 2. –

161 с.: табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570339> (дата обращения: 28.09.2021). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8265-1709-3. - ISBN 978-5-8265-1885-4 (ч. 2). – Текст: электронный.

5. Клово А. Г. Курс лекций по математике: учебное пособие: [16+] / А. Г. Клово, И. А. Ляпунова; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Южный федеральный университет, 2020. – 199 с.: ил., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612217>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9275-3503-3. – Текст: электронный.

6. Краткий курс высшей математики: учебник: [16+] / К. В. Балдин, Ф. К. Балдин, В. И. Джеффаль и др.; под общ. ред. К. В. Балдина. – 4-е изд., стер. – Москва: Дашков и К°, 2020. – 512 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573171>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-03643-9. – Текст : электронный.

7. Шапкин А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 9-е изд., стер. – Москва: Дашков и К°, 2020. – 432 с.: ил. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573151>. – Библиогр. с. 428. – ISBN 978-5-394-03710-8. – Текст: электронный.

Библиотечный фонд филиала Академии укомплектован печатной или электронной основной учебной литературой по дисциплинам базовой части всех циклов, изданными за последние 5 лет.

Фонд дополнительной литературы включает в себя официальные справочно-библиографические и периодические издания в расчете не менее одного экземпляра на каждые 100 обучающихся. Каждому обучающемуся обеспечен доступ к комплектам библиотечного фонда и периодическое издание из следующего перечня: Копирайт; wipro magazine; Библиотековедение; Биржа интеллектуальной собственности (БИС); Бюллетень Министерства юстиции Российской Федерации; Вестник гражданского права; Государство и право; Инновации; Интеллектуальная собственность. Авторское право и смежные права; Интеллектуальная собственность. Промышленная собственность; Международное публичное и частное право; Общество: социология, психология, педагогика; Патентный поверенный; Патенты и лицензии. Интеллектуальные права; Уголовное право; Управление проектами и программами; Хозяйство право; Экономическая политика.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИНФОРМАЦИОННО- СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ И РЕСУРСОВ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В процессе реализации образовательной программы в филиале применяются современные интерактивные и мультимедийные средства обучения (компьютеры, мультимедиа-проекторы, интерактивные доски и др.), тематические стенды и плакаты, а также электронные информационные образовательные ресурсы.

На основе аппаратно-программного комплекса функционирует и постоянно совершенствуется портал электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (ЭОиДОТ).

Электронная информационно-образовательная среда обеспечивает:

7.1. Доступ к электронной библиотечной системе:

- Электронно-библиотечный ресурс <http://biblioclub.ru/> (Договор №2022-079 об оказании информационных услуг от 15.06.2022 с ООО «Директ-Медиа»)

- ЭБС «Айбукс <http://ibooks.ru> (Договор №2022-070 на оказание услуг по предоставлению доступа к ЭБС «Айбукс/ibooks.ru» от 15.06.2022 с ООО «Айбукс»)

7.2. Доступ к электронным образовательным ресурсам и (или) профессиональным базам данных (подборкам информационных ресурсов по тематикам) в соответствии с содержанием реализуемой образовательной программы:

- собственные электронные образовательные и информационные ресурсы:

1. Сервис дистанционного обучения <https://sdo.sofadoma.ru>;
2. Сервис олимпиадного тестирования <https://olimpiada.rgiis.ru/>
3. Сервис дополнительного образования <https://dop.rgiis.ru/>
4. Диссертационные советы РГАИС <https://dis.rgiis.ru/>
5. Центр научной и экспертной аналитики РГАИС <https://expert.rgiis.ru/>
6. Сетевой научный журнал «IP: теория и практика» <https://iptp.rgiis.ru>
7. Дистанционно-образовательный кампус дополнительного профессионального образования РГАИС <https://online.rgiis.ru/>
8. Корпоративный портал для сотрудников РГАИС <https://team.rgiis.ru>
9. Сервер видеоконференций РГАИС <https://video.rgiis.ru>

- сторонние электронные образовательные и информационные ресурсы:

1. Электронно-библиотечный ресурс <http://biblioclub.ru/>;

2. ЭБС «Айсбукс/<http://ibooks.ru>»;
 3. Справочно-правовые системы Гарант, КонсультантПлюс;
 4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://minobrnauki.gov.ru/>;
 5. Министерство просвещения Российской Федерации <https://edu.gov.ru/>;
 6. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки <http://obrnadzor.gov.ru/>;
 7. Российская академия наук <http://www.ras.ru/>;
 8. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru/>;
 9. «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>;
 10. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов <http://fcior.edu.ru/>;
 11. Российская государственная библиотека <https://www.rsl.ru/>.
- 7.3. Взаимодействие педагогических работников с обучающимися (личные кабинеты обучающихся и преподавателей) в электронной информационно-образовательной среде: <https://sdo.sofadoma.ru> (СДО Moodle); доступ к электронному расписанию; формирование электронного портфолио обучающегося; доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), программам практик.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Для ведения образовательной деятельности по данной дисциплине филиал Академии располагает материально-технической базой, обеспечивающей проведение всех видов учебных и практических занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствующей действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для организации и ведения учебного процесса филиал Академии располагает зданием общей площадью 1682,0 кв.м, в том числе учебная площадь составляет 578,0 кв.м., учебно-вспомогательная – 392,0. Площадь пунктов общественного питания – 93,0 кв.м.

Занятия проводятся в аудиториях для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также в помещениях для самостоятельной работы. Имеются помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Для проведения занятий лекционного типа имеются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие примерным программам дисциплин (модулей), рабочим учебным программам дисциплин (модулей).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с приказом Минобрнауки России от 9 июня 2016 г. № 694 «О внесении изменений в административные регламенты предоставления государственных услуг в части обеспечения условий доступности государственных услуг для инвалидов», «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн.

Филиал Академии предоставляет инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья (по их заявлению) возможность обучения по образовательным программам, учитывающей особенности их психофизического развития, индивидуальных возможностей и при необходимости, обеспечивающей коррекцию нарушений развития и социальную адаптацию указанных лиц. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается особый порядок освоения дисциплин (модулей).

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику.
